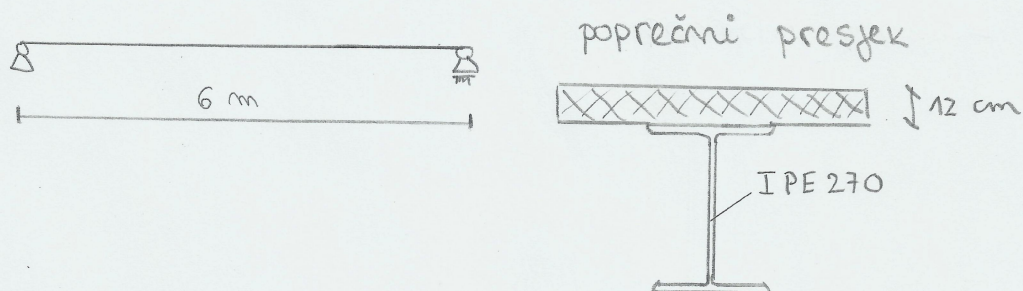


Uježbe - Spregnute konstrukcije

Dimenzionirati spregnuti nosač statičkog sistema proste grede raspoma $l = 6\text{ m}$ i pripadajuće širine $b = 3\text{ m}$. Čelični dio presjeka čini IPE 270 profil, čelika kvaliteta Č0361. Betonska ploča je debljine 12 cm , marke betona MB 30. Sprezavanje se vrši za dio stalnog opterećenja i konsumno opterećenje. Dodatno stalno opterećenje iznosi $\Delta g = 0,75\text{ kN/m}^2$ a konsumno $2,5\text{ kN/m}^2$.



Kontrolu napona potrebno je izvršiti za :

- stanje t_0
- stanje t_{∞} (uticaji skupljanja i tečenja).

Stanje t_0

Karakteristike upotrijebljenog materijala

Čelik

$E_a = 210\text{ GPa}$

Betom

$$f_b = 2,05 \text{ kN/cm}^2 \quad \text{za MB 30}$$

$$E_b = 9,25 \sqrt[3]{f_b + 10}$$

$$E_b = 9,25 \sqrt[3]{30 + 10} = 31,634 \text{ GPa} \quad \rightarrow \text{usoaja se } E_b = 30 \text{ GPa}$$

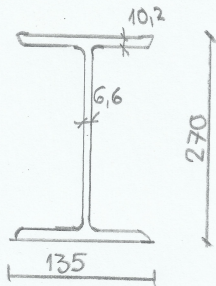
$$m = \frac{E_a}{E_b} = \frac{210}{30} = 7$$

I faza

montaža čeličnih nosača i ugradnja betona

Aktivni presjek \rightarrow čelični nosač

IPE 270



$$F_a = 45,9 \text{ cm}^2$$

$$I_a = 5790 \text{ cm}^4$$

$$W_x = 429 \text{ cm}^3$$

$$g = 36,1 \text{ kg/m}$$

Analiza opterećenja

Čelični nosač treba da pomese sopstvenu težinu i težinu sojezjeg betona

sopstvena težina

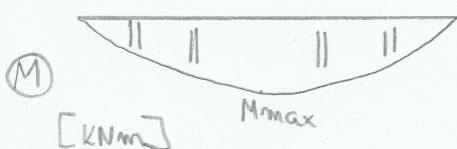
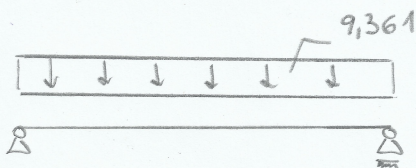
$$0,361 \text{ kN/m}$$

soježi beton

$$3 \cdot 0,12 \cdot 25 = 9 \text{ kN/m}$$

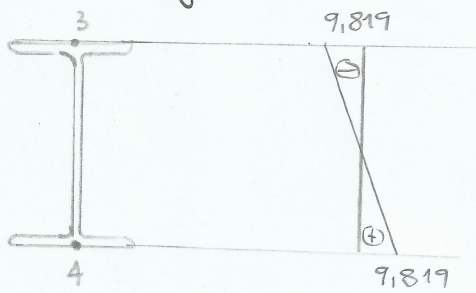
$$\Sigma g_1 = 9,361 \text{ kN/m}$$

Statički uticaji



$$M_{\max} = \frac{g_1 l^2}{8} = \frac{9,361 \cdot 6^2}{8} = 42,1245 \text{ kNm}$$

Odredivanje napona



$$\sigma_3 = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{42,1245 \cdot 100}{429} = -9,819 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_4 = 9,819 \text{ kN/cm}^2$$

⊖ označava pritisak

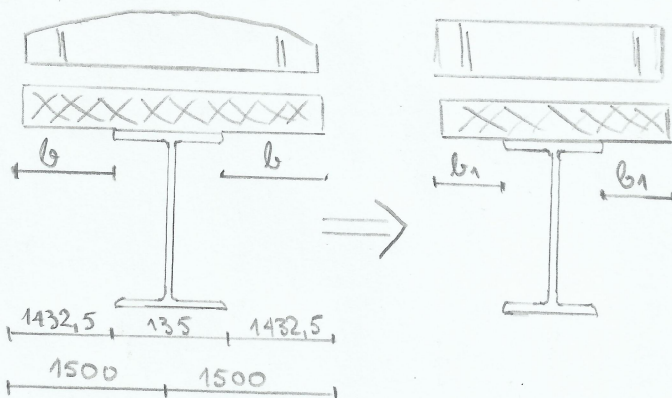
II faza

faza nakon što beton očvrstne

Aktivam presjek → spregnuti nosač

Geometrijske karakteristike spregnutog presjeka

Efektivna širina betonske ploče



$$b_1 = b_{m \cdot b}$$

Factor b_m se određuje iz tablica → dale su vrijednosti za različite odnose b/l

b/l	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
b_m	1	0,89	0,78	0,68	0,58	0,5

U našem slučaju

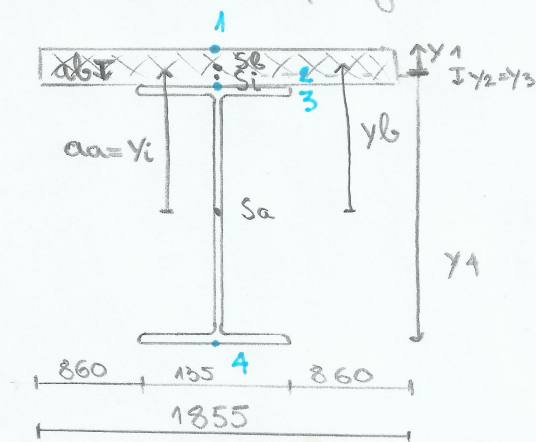
$$b/l = \frac{1432,5}{6000} = 0,23875 \approx 0,24$$

linearnom interpolacijom dobija se $b_m = 0,6$

Efektivna širina

$$b_1 = 0,6 \cdot 1432,5 = 859,5 \approx 860 \text{ mm}$$

naš efektivni presjek



Površina betonskog dijela

$$F_b = (2 \cdot 86 + 13,5) \cdot 12 = 2226 \text{ cm}^2$$

Moment inercije betonskog dijela

$$I_b = \frac{185,5 \cdot 12^3}{12} = 26712 \text{ cm}^4$$

Površina spregnutog presjeka (idealizovanog)

$$F_c = F_a + \frac{1}{n} F_b$$

$$F_c = 45,9 + \frac{1}{7} \cdot 2226 = 363,9 \text{ cm}^2$$

Položaj težišta spregnutog presjeka (u odnosu na težište čeličnog dijela)

$$y_c = \frac{F_a \cdot y_a + \frac{1}{n} F_b \cdot y_b}{F_c}$$

$$y_c = \frac{45,9 \cdot 0 + \frac{1}{7} \cdot 2226 \cdot 19,5}{363,9} = 17,04 \text{ cm}$$

Moment inercije spregnutog presjeka

$$I_c = I_a + a a^2 F_a + \frac{1}{n} (I_b + a b^2 F_b)$$

$$a a = y_c = 17,04 \text{ cm}$$

$$a b = y_b - y_c = 19,5 - 17,04 = 2,46 \text{ cm}$$

$$I_c = 5790 + 17,04^2 \cdot 45,9 + \frac{1}{7} (26712 + 2,46^2 \cdot 2226) = 24858 \text{ cm}^4$$

Otkopni momenti za tačke 1, 2, 3 i 4

$$y_1 = 2,46 + 6 = 8,46 \text{ cm}$$

$$y_{2,3} = 17,04 - 13,5 = 3,54 \text{ cm}$$

$$y_4 = 17,04 + 13,5 = 30,54 \text{ cm}$$

$$W_1 = \frac{I_c}{y_1} = \frac{24858}{8,46} = 2940 \text{ cm}^3$$

$$W_{2,3} = \frac{I_c}{y_{2,3}} = \frac{24858}{3,54} = 7022 \text{ cm}^3$$

$$W_4 = \frac{I_c}{y_4} = \frac{24858}{30,54} = 814 \text{ cm}^3$$

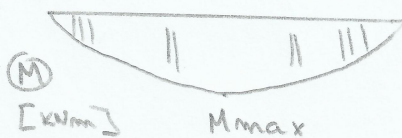
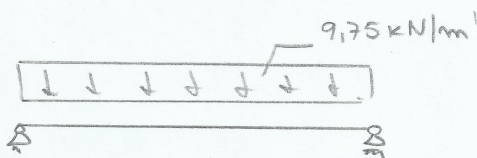
Analiza opterećenja
 dodatno stalno opterećenje
 konstantno opterećenje

$$0,75 \cdot 3 = 2,25 \text{ kN/m}^1$$

$$2,5 \cdot 3 = 7,5 \text{ kN/m}^1$$

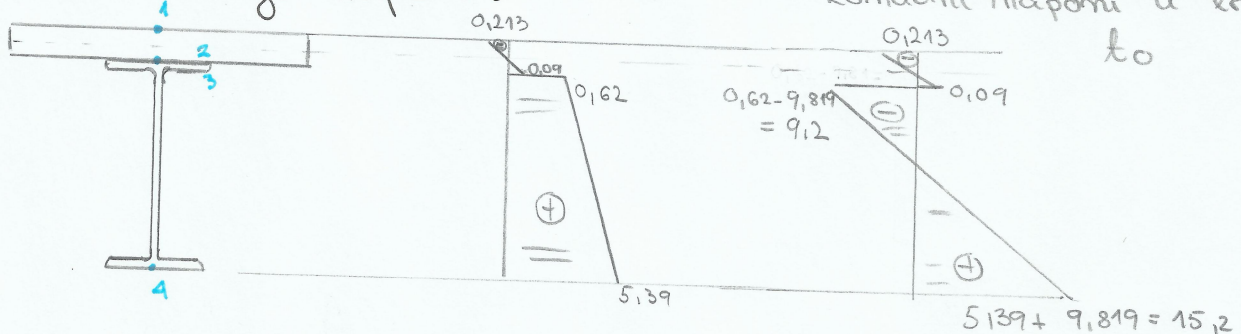
$$\Sigma q_2 = 9,75 \text{ kN/m}^1$$

Statički uticaji



$$M_{\max} = \frac{9,75 \cdot 6^2}{8} = 43,875 \text{ kNm}$$

Određivanje napona



$$\sigma_1 = \frac{M_{\max}}{W_1 \cdot m} = \frac{43,875 \cdot 100}{2940 \cdot 7} = -0,213 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{M_{\max}}{W_2 \cdot m} = \frac{43,875 \cdot 100}{7022 \cdot 7} = 0,09 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_3 = \frac{M_{\max}}{W_3} = \frac{43,875 \cdot 100}{7022} = 0,62 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_4 = \frac{M_{\max}}{W_4} = \frac{43,875 \cdot 100}{814} = 5,39 \text{ kN/cm}^2$$

Stanje $l \rightarrow \infty$

problem određivanja uticaja od skupljanja i tečenja \Rightarrow
približna metoda Đurđića

Ovi uticaji uzimaju se u obzir kroz fiktivan modul
elastičnosti E_{be}

Tečenje

koeficijent tečenja $\nu = 3$ PBAB čl. 57-60

Određivanje geometrijskih karakteristika novog idealizovanog
presjeka

$$E_{be} = \nu_{be} \cdot E_b$$

$$\nu_{be} = \frac{2}{2+\nu} = \frac{2}{2+3} = 0,4$$

Površina betonske ploče (redukovana sa n)

$$F_{bme} = \frac{1}{n} \cdot \nu_{be} \cdot F_b = \frac{1}{7} \cdot 0,4 \cdot 2226 = 127,2 \text{ cm}^2$$

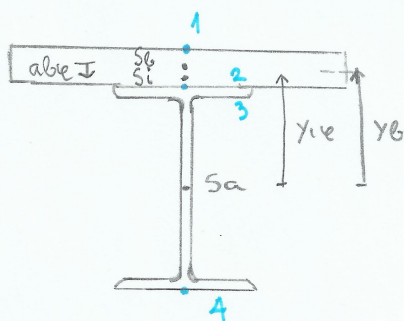
Moment inercije betonske ploče

$$I_{bme} = \frac{1}{n} \nu_{be} \cdot I_b = \frac{1}{7} \cdot 0,4 \cdot 26712 = 1526,4 \text{ cm}^4$$

Površina novog idealizovanog presjeka

$$F_{ie} = F_a + F_{bme} = 45,9 + 127,2 = 173,1 \text{ cm}^2$$

Položaj težišta idealizovanog presjeka (u odnosu na težište
čeličnog dijela)



$$y_{ie} = \frac{F_a \cdot y_a + F_{bme} \cdot y_b}{F_{ie}}$$

$$y_{ie} = \frac{45,9 \cdot 0 + 127,2 \cdot 19,5}{173,1} = 14,32 \text{ cm}$$

$$y_{ie} = a_{ae} = 14,32 \text{ cm}$$

$$a_{be} = 5,18 \text{ cm}$$

$$I_{Ie} = I_a + F_a \cdot a a e^2 + I_{Bm e} + F_{Bm e} \cdot a b e^2$$

$$I_{Ie} = 5790 + 45,9 \cdot 14,32^2 + 1526,4 + 127,2 \cdot 5,18^2 = 20142 \text{ cm}^4$$

Otporni momenti

$$W_{1e} = \frac{I_{Ie}}{y_{1e}} = \frac{20142}{11,18} = 1802 \text{ cm}^3$$

$$W_{2,3e} = \frac{I_{Ie}}{y_{2e}} = \frac{20142}{0,82} = 24563 \text{ cm}^3$$

$$W_{4e} = \frac{I_{Ie}}{y_{4e}} = \frac{20142}{27,82} = 724 \text{ cm}^3$$

Odredivanje napona

razmatra se samo dodatno stalno opterećenje

$$g = 0,75 \cdot 3 = 2,25 \text{ kN/m}^2$$

$$M = \frac{2,25 \cdot 6^2}{8} = 10,125 \text{ kNm}$$

Uticaji u betonskom dijelu presjeka

$$N_{bo} = \frac{M}{I_i} F_{Bm} \cdot a b$$

$$N_{bo} = \frac{10,125 \cdot 100 \cdot 318 \cdot 2,46}{24858} = 31,863 \text{ kN}$$

$$M_{bo} = M \cdot \frac{I_{Bm}}{I_i} = \frac{10,125 \cdot 3816}{24858} = 1,55 \text{ kNm}$$

Funkzione sile u presjeku (usljed tečenja)

$$N_e = N + \beta \cdot N_{bo}$$

$$M_e = M + \beta (M_{bo} + N_{bo} \cdot a b e)$$

$$\beta = \frac{e}{2+e} = \frac{3}{2+3} = 0,6$$

$$N_e = 0,6 \cdot 31,863 = 19,11 \text{ kN} \quad \rightarrow \text{ sila pritiska}$$

$$M_e = 10,125 + 0,6 (1,55 + 31,863 \cdot 9,0518) = 12,05 \text{ kNm}$$

Napomi u betonskom dijelu

$$\sigma_b = \frac{1}{n} \gamma_b \left(\frac{N_e}{F_{Ie}} \left(\pm \frac{M_e \cdot m}{I_{Ie}} \right) - s \cdot \sigma_{b0} \right)$$

zmax zavisi od položaja neutralne ose

$$\sigma_1 = \frac{1}{7} \cdot 0,4 \left(-\frac{19,11}{173,1} - \frac{12,05 \cdot 100}{1802} \right) - 0,6 \cdot (-0,05) = -0,044 \text{ KN/cm}^2$$

napom u trenutku to od dodatnog stalnog opterećenja

$$\sigma_2 = \frac{1}{7} \cdot 0,4 \left(-\frac{19,11}{173,1} + \frac{12,05 \cdot 100}{24563} \right) - 0,6 \cdot 0,02 = 0,02 \text{ KN/cm}^2$$

Napomi u čeličnom dijelu

$$\sigma_a = \frac{N_e}{F_{Ie}} \pm \frac{M_e}{I_{Ie}}$$

$$\sigma_3 = -\frac{19,1}{173,1} + \frac{12,05 \cdot 100}{24563} = -0,06 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sigma_4 = -\frac{19,1}{173,1} + \frac{12,05 \cdot 100}{724} = 1,55 \text{ KN/cm}^2$$

Skupljanje

dilatacija skupljanja $\epsilon_{sk} = 0,25 \%$

$$N_{sk} = N_e = \gamma_{be} \cdot E_b \cdot F_b \cdot \epsilon_{sk}$$

$$N_{sk} = 0,4 \cdot 3000 \cdot 2226 \cdot 25 \cdot 10^{-5} = 667,8 \text{ kN} \rightarrow \text{sila pritiska}$$

$$M_e = N_e \cdot a_{be} = 667,8 \cdot 0,0518 = 34,59 \text{ kNm}$$

Odredwamy napoma

Napomi u betonskom dijelu

$$\sigma_1 = \frac{1}{n} \gamma_{be} \left(\frac{N_e}{F_{Ie}} + \frac{M_e}{W_{Ie}} \right) - \gamma_{be} \cdot E_b \cdot \epsilon_{sk}$$

$$= \frac{1}{7} \cdot 0,4 \left(-\frac{667,8}{173,1} - \frac{34,59 \cdot 100}{1802} \right) - 3000 (-25 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,4 = -0,03 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{7} \cdot 0,4 \left(-\frac{667,8}{173,1} + \frac{34,59 \cdot 100}{24563} \right) - 3000 (-25 \cdot 10^{-5}) \cdot 0,4 = 0,087 \text{ kN/cm}^2$$

Napomi u čeličnom dijelu

$$\sigma_3 = -\frac{667,8}{173,1} + \frac{34,59 \cdot 100}{24563} = -3,71 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_4 = -\frac{667,8}{173,1} + \frac{34,59 \cdot 100}{724} = 0,92 \text{ kN/cm}^2$$

Napomi u kremenjku

	1 stalno opterećenje (I faza)	2 dodatno stalno (II faza)	3 končno opterećenje (II faza)	4 dodatno stalno nakon tečenja	5 dodatno stalno skupljanje	1+2+3 ukupno (t ₀)	1+3+4+5 ukupno (t _∞)
Tačka 1	0	-0,05	-0,164	-0,044	-0,03	-0,214	-0,238
Tačka 2	0	0,02	0,07	0,02	0,09	0,09	0,18
Tačka 3	-9,81	0,14	0,48	-0,06	-3,71	-9,19	-13,1
Tačka 4	9,81	1,24	4,15	1,55	0,92	15,2	16,43

sračunati napomi uporeduju se sa dozvoljenim vrijednostima istih

dozvoljeni napomi u čeliku određuju se kao za čelične konstrukcije

dozvoljeni napomi u betonu određuju se na osnovu tabele uz člana 123 PBAB